



BREVET BLANC DE MATHÉMATIQUES

DÉCEMBRE 2020

100 points

- Aucun signe distinctif permettant d'identifier le candidat ne sera admis.
- Les élèves ne peuvent pas sortir de la salle avant la fin des deux heures de composition.
- Chaque élève utilise uniquement le matériel qu'il a apporté : aucun prêt entre élèves ne sera toléré.
- La calculatrice est autorisée, notamment pour les vérifications de calculs. Toutefois, on rappelle que les calculs doivent être suffisamment détaillés.
- Le barème est indiqué sur 100 points. La qualité de la rédaction, la présentation et le soin seront valorisés.

DURÉE : 2 HEURES

L'ANNEXE EST À RENDRE AVEC VOTRE COPIE

Exercice 1 15 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Sur la copie, indiquer le numéro de la question et recopier, sans justifier, la réponse choisie.

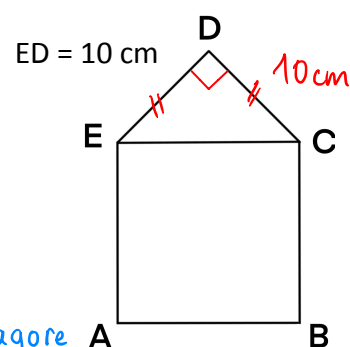
Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
<p>1. La décomposition en facteurs premiers de 2020 est ...</p> $\begin{array}{r l} 2020 & 2 \\ 1010 & 2 \\ 505 & 5 \\ 101 & 101 \\ 1 & \end{array} \quad 2020 = 2 \times 2 \times 5 \times 101$	$2 \times 10 \times 101$	$5 \times 5 \times 101$	$2 \times 2 \times 5 \times 101$
<p>2. L'écriture scientifique du nombre 48 500 000 est ...</p> $48\,500\,000 = 4,85 \times 10^7$	$48,5 \times 10^6$	$4,85 \times 10^7$	$4,85 \times 10^{-7}$
<p>3. $\frac{3}{7} - \frac{1}{7} \times \frac{45}{5} = \dots$</p> $= \frac{3}{7} - \frac{1 \times 45}{7 \times 5}$ $= \frac{3}{7} - \frac{1 \times 9 \times \cancel{5}}{7 \times \cancel{5}} = \frac{3}{7} - \frac{9}{7} = -\frac{6}{7}$	$\frac{90}{35}$	$-\frac{6}{7}$	$\frac{12}{7}$
<p>4. Deux bus partent en même temps du terminus à 7h du matin. Le bus A part du terminus toutes les 36 min et le bus B part toutes les 48 min. À quelle heure les deux bus partiront de nouveau en même temps pour la première fois.</p> <p>Départ des bus :</p> <p>Bus A: 07h00 - 07h36 - 08h12 08h48 - 09h24 - 10h00 ...</p> <p>Bus B: 07h00 - 07h48 - 08h36 09h24 - 10h12 ...</p>	9h40min	9h48min	9h24min

<p>5. Hervé a les $\frac{5}{8}$ de l'âge de Richard. Hervé a 40 ans. Quel âge a Richard ? On peut modéliser ce problème par l'équation suivante :</p> $\frac{5}{8} x = 40 \text{ où } x \text{ représente l'âge de Richard.}$ $x = 40 \div \frac{5}{8} = \frac{40 \times 8}{5} = \frac{8 \times 8 \times 8}{1 \times 8} = 64$	25 ans	20 ans	64 ans
--	--------	--------	--------

Exercice 2 17 points

On considère le motif initial ci-contre.

Il est composé d'un carré ABCE et d'un triangle EDC, rectangle et isocèle en D.



Partie I

1) Calculer la longueur du côté [EC]. Arrondir la valeur au dixième.

Le triangle EDC est rectangle en D donc d'après le théorème de Pythagore

$$EC^2 = ED^2 + CD^2$$

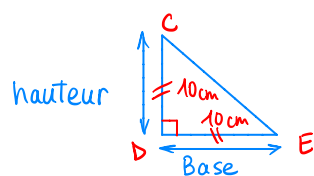
$$= 10^2 + 10^2$$

$$= 100 + 100 = 200 \text{ donc } EC = \sqrt{200} \approx 14,1 \text{ cm}$$

2) Calculez l'aire du triangle EDC.

Pour calculer l'aire d'un triangle, on peut utiliser la formule Aire = $\frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2}$

$$\text{Aire} = \frac{10 \times 10}{2} = \frac{100}{2} = 50$$



L'aire du triangle EDC est de 50 cm²

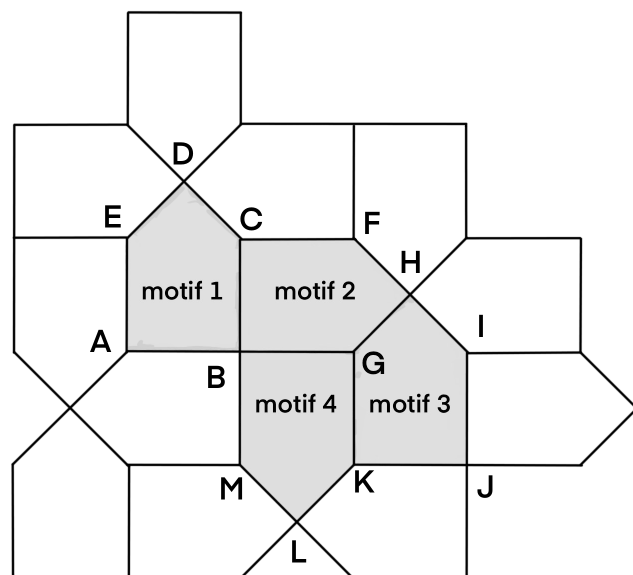
3) En déduire l'aire du motif initial.

L'aire du carré ABCD est de $\sqrt{200} \times \sqrt{200} = 200 \text{ cm}^2$. L'aire du triangle EDC est de 50 cm².

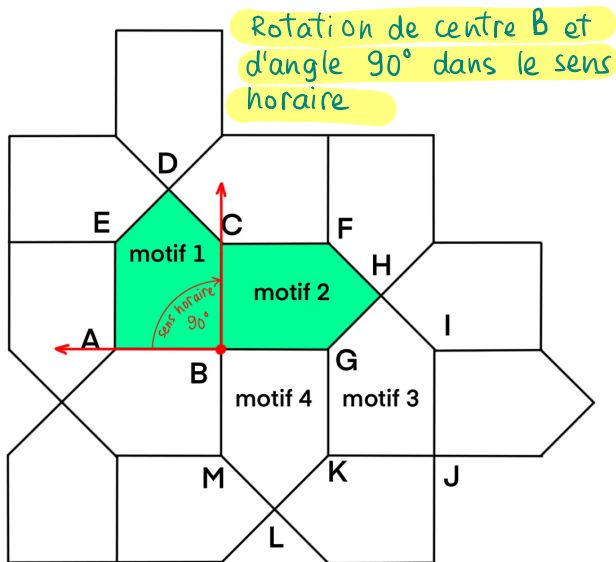
Donc l'aire du motif initial est de 250 cm²

Partie II

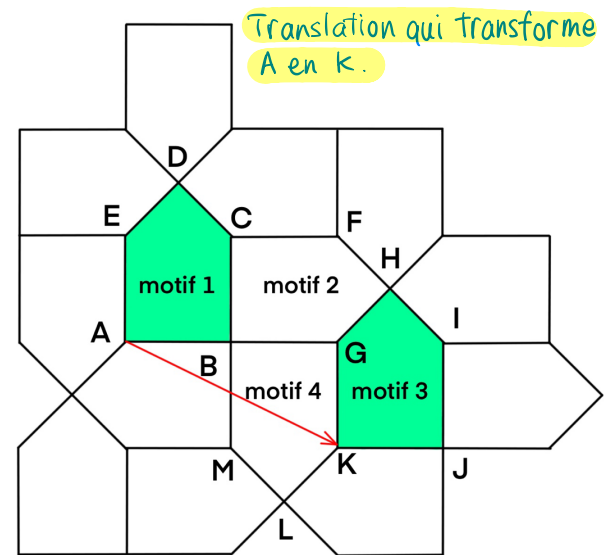
On réalise un pavage du plan en partant du motif initial et en utilisant différentes transformations du plan. Dans chacun des quatre cas suivants, donner sans justifier une transformation qui permet de passer :



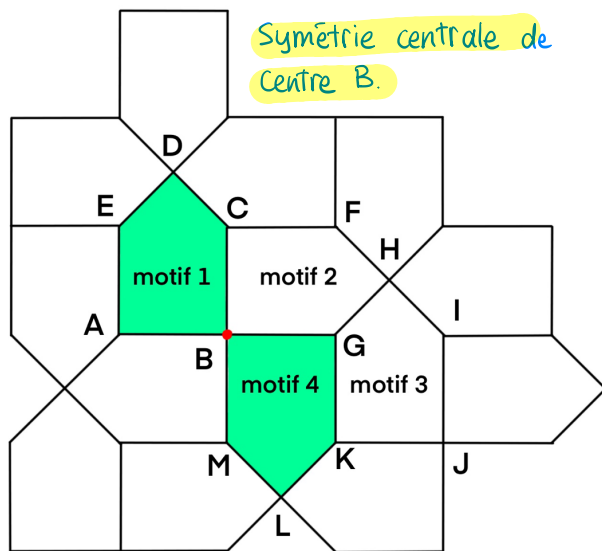
1. Du motif 1 au motif 2



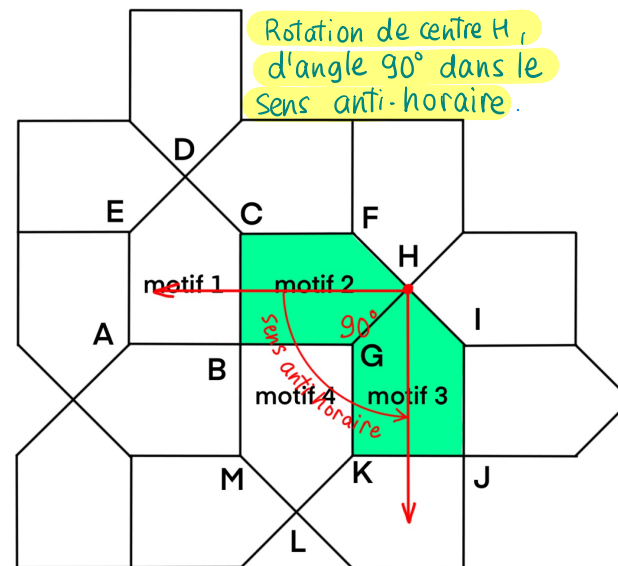
2. Du motif 1 au motif 3



3. Du motif 1 au motif 4



4. Du motif 2 au motif 3



Exercice 3 16 points

Voici les caractéristiques d'une console de jeux de neuvième génération sortie en novembre 2020.

Processeur : Puce AMD 7 nm (nanomètres)
Capacité de stockage : 825 Go (Gigaoctets)

Vitesse du processeur : 3,5 GHz (GigaHertz)
Résolution d'image : 8K (Kilo pixels)

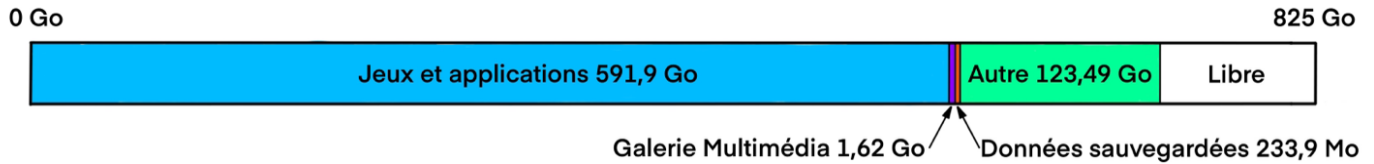
T téra	G giga	M méga	K kilo		m milli	μ micro	η nano
10^{12}	10^9	10^6	10^3	1	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

1) Recopiez puis complétez les égalités suivantes :

- a) $7 \text{ nm} = 7 \times 10^{-9}$ mètres
c) $825 \text{ Go} = 825 \times 10^6$ octets

- b) $3,5 \text{ GHz} = 3,5 \times 10^9$ Hertz
d) $8 \text{ K pixels} = 8 \times 10^3$ pixels

2) Voici l'espace de stockage utilisé sur une console de jeu :



Reste-t-il encore de la place pour installer un jeu d'une capacité de 87,25 Go ? Justifiez votre réponse.

$$591,9 + 1,62 + 0,2339 + 123,49 = 717,2439$$

L'espace utilisé est d'environ 717 Go. Il reste donc suffisamment de place pour installer un jeu d'une capacité de 87,25 Go.

3) Avec la fibre optique, la vitesse de téléchargement est de 125 Mo par seconde.

Combien de temps faudra-t-il pour télécharger un jeu de 87,25 Go ?

$$87,25 \text{ Go} = 87\,250 \text{ Mo}$$

$$87\,250 \div 125 = 698 \text{ . Il faut donc } 698 \text{ secondes pour télécharger un jeu de } 87,25 \text{ Go.}$$

Ce qui correspond à 11 min et 38 secondes.

4) En 1978, la vitesse du processeur de la toute première console était de 1,2 MHz. L'informaticien Gordon Moore avait alors prédit que la vitesse des processeurs doublerait tous les deux ans.

Si sa prédiction était correcte, quelle serait la vitesse du processeur de la console sortie en 2020 ?

$$2020 - 1978 = 42$$

$42 \div 2 = 21$. Entre 1978 et 2020, la puissance va doubler 21 fois.

$$1,2 \times 2^{21} = 2\,516\,582,4 \text{ . La vitesse du processeur de la console sortie en 2020 serait alors de}$$

2 516 582,4 Mhz soit environ 2516,6 GHz .

Exercice 4 14 points

Un panneau mural de forme rectangulaire a pour dimensions 240 cm et 360 cm. On souhaite le recouvrir avec des carreaux de forme carrée, tous de même taille, posés bord à bord sans jointure.

1) Peut-on utiliser des carreaux de : 10 cm de côté ? 14 cm de côté ? 18 cm de côté ?

360 et 240 sont divisibles par 10 on peut donc utiliser des carreaux de 10 cm.

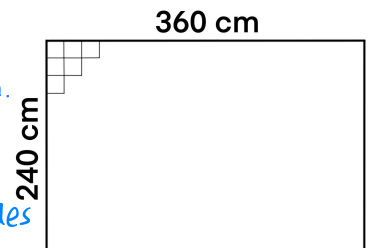
360 et 240 ne sont pas divisibles tous les deux par 14 donc on ne peut pas utiliser de 14 cm.

De même, 240 n'est pas divisible par 18 donc on ne peut pas utiliser des carreaux de 18 cm

2) Quelles sont toutes les tailles possibles de carreaux comprises entre 10 cm et 20 cm ? (prendre des nombres entiers pour les tailles)

On cherche les nombres entiers qui compris entre 10 et 20 qui divisent à la fois 360 et 240 :

- Les tailles possibles sont : 10 cm, 12 cm, 15 cm et 20 cm.

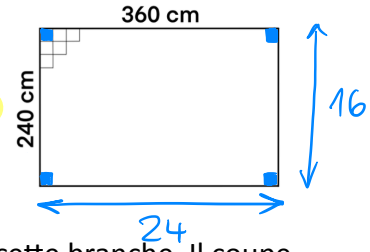


3) On choisit des carreaux de 15 cm de côté. On pose une rangée de carreaux bleus sur le bord du panneau et des carreaux blancs à l'intérieur. Combien de carreaux bleus va-t-on utiliser ?

En longueur, il y a 24 carreaux bleus ($360 \div 15 = 24$)

En largeur, il y a 16 carreaux bleus. ($240 \div 15 = 16$)

Sur le bord, il y aura donc $2 \times 24 + 2 \times 16 - 4 = 76$. On va utiliser 76 carreaux bleus.



Exercice 5 12 points

Lundi, David scie $\frac{1}{5}$ de la branche d'un arbre. Le mercredi, il scie $\frac{7}{10}$ du reste de cette branche. Il coupe le reste équitablement samedi et dimanche.

Quelle fraction de la branche obtient-il lors de la dernière coupe ?

Lundi : $\frac{1}{5}$

Mercredi : $\frac{7}{10} \times \frac{4}{5} = \frac{28}{50} = \frac{14}{25}$

Lundi et Mercredi : $\frac{1}{5} + \frac{14}{25} = \frac{5}{25} + \frac{14}{25} = \frac{19}{25}$

Il reste donc $\frac{6}{25}$ qu'il doit partager en deux parts égales. $\frac{6}{25} \div 2 = \frac{6}{25} \times \frac{1}{2} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$

Lors de la dernière coupe, il obtient $\frac{3}{25}$ de la branche.

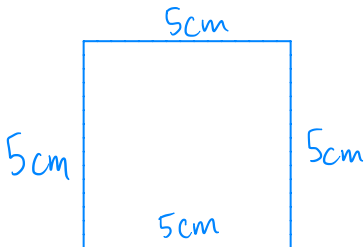
Exercice 6 10 points

Voici trois programmes

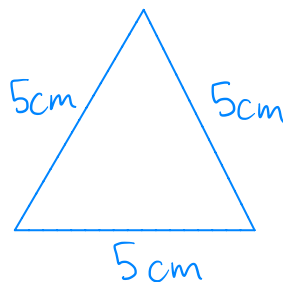
Programme 1	Programme 2	Programme 3
<p>quand est cliqué</p> <p>stylo en position d'écriture</p> <p>répéter 4 fois</p> <p>avancer de 50 pas</p> <p>tourner de 90 degrés</p>	<p>quand est cliqué</p> <p>stylo en position d'écriture</p> <p>répéter 3 fois</p> <p>avancer de 50 pas</p> <p>tourner de 120 degrés</p>	<p>Définir Carré Côté</p> <p>répéter 4 fois</p> <p>avancer de Côté pas</p> <p>tourner de 90 degrés</p>
		<p>quand est cliqué</p> <p>stylo en position d'écriture</p> <p>mettre Côté à 50</p> <p>Carré Côté</p> <p>avancer de 60 pas</p> <p>mettre Côté à 40</p> <p>Carré Côté</p>

Pour chacun des trois programmes précédents, tracer la figure qui s'affiche à l'écran lorsqu'on exécute le programme. On prendra 1 cm pour 10 pas.

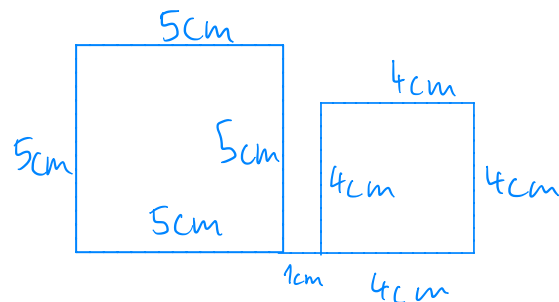
Programme 1 :



Programme 2 :



Programme 3 :



Exercice 7 16 points

1) Construire sur la feuille annexe :

- l'image du triangle EFG par la symétrie d'axe (d)
- l'image E'F'G' du triangle EFG par la symétrie centrale de centre B
- l'image du cercle par la translation qui transforme A en B
- l'image du carré par la rotation de centre C dans le sens horaire et d'angle 45°.

2) On sait que l'angle \widehat{EFG} mesure 55° , quelle est la mesure de l'angle $\widehat{E'F'G'}$. Justifier.

E'F'G' mesure aussi 55° car la symétrie centrale conserve la mesure des angles.

3) Que peut-on dire des longueurs EG et E'G' ? Justifier.

Les longueurs EG et E'G' sont égales car la symétrie centrale conserve les longueurs.

